PROBLEMAS DE A. DIMENSIONAL

Aquí les propongo cinco problemas que considero suficiente para resolver cualquier problema relacionado al Análisis dimensional

1.-¿Cuál será las dimensiones de "Q" ? si :
Q = A.P.sen(P.R)
Donde: A=longitud , R=aceleración

RESOLUCION

Como podemos apreciar falta conocer "P" y recordando que cualquier "número real" es adimensional.

P.R = Ángulo => [Ángulo] = [número real] = 1

[P.R] = [ÁNGULO] = 1

$[P].L.T^{-2} = 1$

$[P] = L^{-1}.T^{2}$

hallando "Q"

[sen(P.R)]=[número real]=1

[Q]= [A].[P].[sen(P.R)]

$[Q] = L.L^{-1}.T^{2}$

multiplicando las longitudes se tiene:

rpta: $[Q] = T^{2}$

2.-Halle la dimensión de "K" en la siguiente fórmula física:
$K = z.Q^{3.z.a}$
Donde: Q=distancia , a=fuerza

RESOLUCION

si nos damos cuenta nos falta "z" y todo exponente es un número real.

[3.z.a]=[exponente]=1 y [3]=1

$[z]L.M.T^{-2}=1$
$[z]=L^{-1}.M^{-1}.T^{2}$
hallando "K"

$[K]=[z].[Q]^{3.z.a}$
$[K]=L^{-1}.M^{-1}.T^{2}.[L]^{3.L^{-1}.M^{-1}.T^{2}.L.M.T^{-2}}$
$[K]=L^{-1}.M^{-1}.T^{2}.[L]^{3.L^{o}.M^{o}.T^{o}}$
por propiedad algebraica se sabe $L^{0}.M^{0}.T^{0}=1$
$[K]=L^{-1}.M^{-1}.T^{2}.[L]^{3}$
de donde

$[K]=L^{-1}.M^{-1}.T^{2}.L^{3}$
multiplicando las longitudes se tiene:

rpta: $[K]=L^{2}.M^{-1}.T^{2}$

3.-Halla las dimensiones de "H" si: $H = A.X + B.X^{2}$
A = fuerza y B = aceleración

RESOLUCION

en este problema podemos apreciar que nos falta los datos de X
aplicando el principio de homogeneidad tenemos:
$[H] = [A.X] = [B.X^{2}]$ ………..(1)
igualando el segundo con el tercero de la expresión (1) se tiene
$[A.X]=[B.X^{2}]$
$L.M.T^{-2}[X]=L.T^{-2}[X^{2}]$
Operando se tiene
[X]= M

Igualando el primero con el segundo de la expresión (1) se tiene

$[H] = [A.X]$

$[H] = L.M.T^{-2}.M$

rpta: $[H] = L.M^2.T^{-2}$

4.- La fórmula del periodo de un péndulo esta dada por :

$T=2\pi.l^x.g^y$

donde: T=periodo, l= longitud del péndulo, g= aceleración de la gravedad

calcular el valor de "x" e "y"

RESOLUCION

$[T]$ = [periodo es un tiempo] = T

$[2\pi]$=[número real]= 1

$[g]$=[aceleración de la gravedad]=$L.T^{-2}$

sustituyendo en la expresión propuesta:

$[T]=[2\pi].[l]^x.[g]^y$

$T=L^x.(L.T^{-2})^y$

$T=L^x.L^y.T^{-2y}$

$T=L^{x+y}.T^{-2y}$

completando la ecuación para el primer miembro para que sea dimensionalmente correcta

$L^0.T=L^{x+y}.T^{-2y}$

identificando los términos de la ecuacion

$L^0 =L^{x+y}$

de donde: $x + y = 0$ …………(1)

$T = T^{-2y}$

$-2y = 1$

$y = -1/2$ …………(2)

de (1) y (2):

$x = 1/2$

rpta: $x = 1/2$; $y = -1/2$

5.- La fuerza centripeta (F_{cp}) depende de la masa (m), la velocidad (v) y del radio (r) de giro del cuerpo en rotación. hallar la fórmula empírica, para la fuerza centripeta.

RESOLUCION

de las condiciones del problema y aplicando el teorema de Pi (π) de Buckingham se tiene:

$F_{cp} = K.m^x.v^y.r^z$ ……(1)

donde: $[F_{cp}]=L.M.T^{-2}$; $[m] = M$

$[v] = L.T^{-1}$; $[r] = L$; $[K] = 1$

luego: $L.M.T^{-2} = 1.M^x.(L.T^{-1})^y.L^z$

$L.M.T^{-2} = M^x.L^y.T^{-y}.L^z$

$L.M.T^{-2} = L^{y+z}.M^x.T^{-y}$

por analogía en los exponentes de magnitudes iguales se tiene:

$y+z = 1$ ………..(2)

$x = 1$ …….(3)

$-y = -2$ => **$y=2$** …(4)

de (4) en (2) se tiene

$z = -1$ …..(5)

remplazando (5) ; (4) ; (3) en (1) se tiene la siguiente fórmula empírica:

$F_{cp} = K.m.v^2.r^{-1}$

rpta: $F_{cp} = K.m.v^2/r$